Q1)
RESPOSTA

Para os cálculos deste exercício serão usadas as seguintes unidades: força [kN], comprimento [m], tensão [kPa=kN/m^2]. Os comparativos com os deslocamentos permissíveis serão feitos em [cm].

A equação para o cálculo do alongamento é: $\delta = \frac{NL}{AE}$

Onde N é a força axial, L é o comprimento da peça, A é a área da seção transversal e E é o módulo de elasticidade do material.

Pelo fato das cargas estarem distribuídas simetricamente, a força axial de ambos os cabos é: $N = \frac{2*10+4*20+8*7,5}{2} = 80 \text{ kN}$

A área da seção transversal dos cabos é: $A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 0,05^2}{4} = 1,96\text{x}10^{-3} \text{ m}^2$

O módulo de elasticidade do material é: $E = 210 \text{ GPa} = 2,1\text{x}10^8 \text{ kPa}$

O alongamento do cabo AB é calculado como:

$$\delta_{AB} = \frac{NL}{AE} = \frac{80*5}{1,96\text{x}10^{-3}*2,1\text{x}10^8} = 9,72\text{x}10^{-4} \text{ m}$$

Logo, os cabos atendem com folga o limite máximo estabelecido pois:

$$\delta_{AB} = 9,72\text{x}10^{-4} \text{ m} = 0,0972 \text{ cm} << 2\text{cm}$$

A verificação da inclinação máxima exige que a diferença de alongamento dos cabos $\Delta = \delta_{AB} - \delta_{CD}$ seja menor que $\Delta_{\max} = 0,002*7,5 \text{ m} = 0,015\text{m} = 1,5 \text{ cm}$. Para isso, é necessário calcular o alongamento do cabo CD.

$$\delta_{AB} = \frac{NL}{AE} = \frac{80*0,6}{1,96\text{x}10^{-3}*2,1\text{x}10^8} = 1,17\text{x}10^{-4} \text{ m}$$

$$\Delta = \delta_{AB} - \delta_{CD} = 9,72\text{x}10^{-4} - 1,17\text{x}10^{-4} = 8,55\text{x}10^{-4} \text{ m} = 0,0855 \text{ cm}$$

Logo, a diferença entre o alongamento dos cabos garante que a inclinação da viga da cobertura seja menor do que 0,2% pois $0,0855 \text{ cm} < 1,5 \text{ cm}$. Isto já era esperado, porque o alongamento do cabo AB foi muito menor que 1,5 cm e, por tanto, seria impossível que a diferença entre os alongamentos fosse maior do que dito valor.

Q2)
RESPOSTA

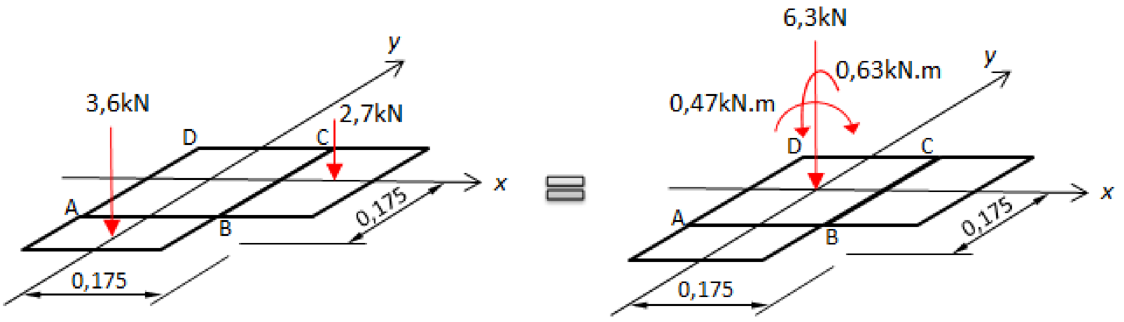
Para os cálculos deste exercício serão usadas as seguintes unidades: força [kN], comprimento [m], tensão [kPa=kN/m^2].

Item a:

Por simples inspeção da Figura 1 nota se que as vigas têm vãos diferentes e, portanto, as reações verticais nos apoios das mísulas terão valores diferentes.

O valor das reações é para a viga de 3,00 m de vão é $V_1 = \frac{3\ \text{m}*1{,}8\ \text{kN/m}}{2} = 2{,}7\ \text{kN}$ e viga de 4,00 m de vão é $V_2 = \frac{4\ \text{m}*1{,}8\ \text{kN/m}}{2} = 3{,}6\ \text{kN}$.

As reações de apoio das vigas podem ser consideradas como cargas concentradas no centroide das mísulas. Desta forma, a partir da Figura 2, as excentricidades das cargas em relação ao centroide da seção do pilar podem ser calculadas como $e_y = e_x = \frac{0{,}2}{2} + \frac{0{,}15}{2} = 0{,}175\ \text{m}$. O sistema equivalente de cargas pode ser obtido deslocando as cargas excêntricas até o centroide da seção do pilar e acrescentando o efeito dos momentos fletores $M_y = 2{,}7*0{,}175 = 0{,}47\ \text{kN.m}$ e $M_x = 3{,}6*0{,}175 = 0{,}63\ \text{kN.m}$, conforme mostrado no esquema a seguir.



Cargas concentradas no centroide das mísulas | **Sistema equivalente de cargas no centroide da seção transversal do pilar**

A partir do sistema equivalente de cargas, é possível aplicar a fórmula da flexão para calcular as tensões normais nos vértices A, B, C e D. A forma geral da equação para a flexão composta oblíqua, é:

$$\sigma = \pm\frac{N}{A} \pm \frac{M_x d_y}{I_x} \pm \frac{M_y d_x}{I_y}$$

onde o sinal negativo (–) indica compressão e o positivo (+) tração.

A inercia da seção transversal quadrada é calculada como: $I_x = \frac{0,2(0,2)^3}{12} = 1,33\text{x}10^{-4}\ \text{m}^4$

Cada um dos termos da equação pode ser calculado como:

$$\frac{N}{A} = -\frac{6,3\ \text{kN}}{0,04\ \text{m}^2} = -157,50\ \text{kN/m}^2$$

$$\frac{M_x d_y}{I_x} = \pm\frac{0,63\ \text{kN.m}*0,1\ \text{m}}{1,33\text{x}10^{-4}\ \text{m}^4} = \pm 473,68\ \text{kN/m}^2$$

$$\frac{M_y d_x}{I_y} = \pm\frac{0,47\ \text{kN.m}*0,1\ \text{m}}{1,33\text{x}10^{-4}\ \text{m}^4} = \pm 353,38\ \text{kN/m}^2$$

Assim, a tensão nos vértices da seção do pilar é:

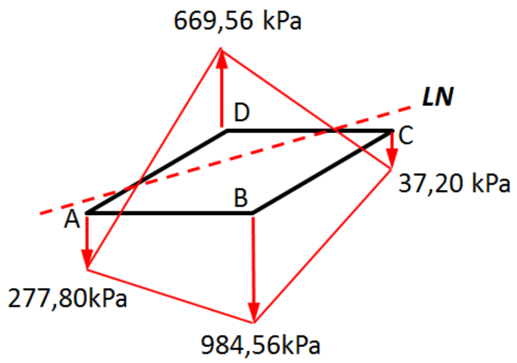
$$\sigma_A = -157,50 - 473,68 + 353,38 = \ \text{-}277,80\ \text{kN/m}^2$$

$$\sigma_B = -157,50 - 473,68 - 353,38 = \ \text{-}984,56\ \text{kN/m}^2$$

$$\sigma_C = -157,50 + 473,68 - 353,38 = \ \text{-}37,20\ \text{kN/m}^2$$

$$\sigma_D = -157,50 + 473,68 + 353,38 = \ 669,56\ \text{kN/m}^2$$

Assim, o esquema da distribuição de tensões normais na seção transversal do pilar é:

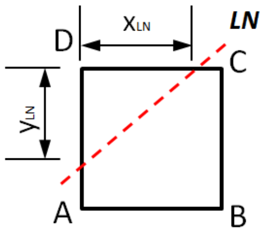


<u>Item b:</u>

Do resultado obtido no item a se observa que a linha neutra (LN) atravessa a seção cortando as arestas AD e CD. A posição da LN pode ser calculada por semelhança de triângulos como:

$$\frac{669,56}{X_{LN}} = \frac{37,20}{0,2 - X_{LN}} \Rightarrow X_{LN} = 0,19\text{m}$$

$$\frac{669,56}{Y_{LN}} = \frac{277,80}{0,2 - Y_{LN}} \Rightarrow Y_{LN} = 0,14\ \text{m}$$



Assim, a área da seção do pilar submetida à tração é: $A_T = \frac{0{,}19 * 0{,}14}{2} = 0{,}01 \text{ m}^2$

Vale ressaltar que foram usadas duas casas decimais nos cálculos apresentados. Valores diferentes podem ser obtidos para cálculos com outro nível de aproximação.

Q3)
RESPOSTA

A fórmula do ângulo de torção é: $\phi = \frac{TL}{\beta \, b \, c^3 \text{ G}}$

onde ϕ é o ângulo de torção, T é o momento torçor, L é o comprimento do elemento estrutural, G é o módulo de elasticidade transversal, β é um fator geométrico, b e c são a altura e a largura da seção transversal, respectivamente.

Pelo fato de se tratar de uma seção transversal quadrada de lado d, tem se que: *b=c=d*.

Logo, a dimensão *dmin* é: $d_{\min} = \sqrt[4]{\frac{TL}{\beta \, \phi \text{ G}}}$

O ângulo de torção para um deslocamento de 5mm no ponto A pode ser calculado como: $\phi \approx \tan\phi = \frac{0{,}005}{0{,}30} = 0{,}017 \text{ rad}$

O momento torçor: $T = 0{,}30 \text{ m} * 13 \text{ kN} = 3{,}90 \text{ kN.m}$

O fator $\beta = 0{,}141$, é obtido da tabela para uma relação b/c=1.

O comprimento $\text{L} = 1{,}50 \text{ m}$ e o módulo de elasticidade de elasticidade transversal G=9.60GPa, o conforme informado no exercício.

As unidades do módulo de elasticidade de elasticidade transversal devem ser transformadas para [kN/m^2 = kPa], ou seja G=9.60GPa=9,6x10^{-6}kPa.

Finalmente, o valor do lado *d* que corresponde a uma deflexão de 5mm no ponto A é:

$$d_{\min} = \sqrt[4]{\frac{3{,}9 \text{ kN.m} * 1 \text{ m}}{0{,}141 * 0{,}017 * 9{,}6\text{x}10^6 \text{kN/m}^2}} = 0{,}114 \text{ m}$$

Portanto, para garantir um deslocamento menor do que 5mm no ponto A, a dimensão ***d*** deve ser maior do que 11,4 cm.

Q4)

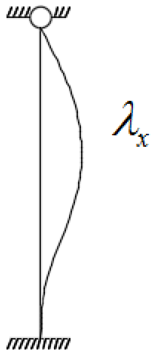
RESPOSTA

Gabarito:

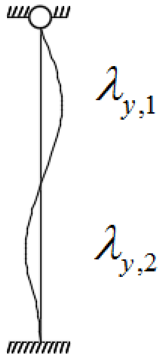
Observação: Nos cálculos a seguir, todos os parâmetros foram transformados para unidades de: kN (para força), m (para comprimento) e KPa (para tensão), de forma a obter o resultado em kN. Alternativamente pode ser utilizar N (para força), m (para comprimento) e Pa (para tensão), obtendo-se o resultado em N.

Para o cálculo do índice de esbeltez devem ser analisados os vínculos do pilar às vigas e na base, em cada um dos eixos (x;y). Para utilizar corretamente os parâmetros fornecidos pelo fabricante os eixos devem ser identificados conforme a seção transversal mostrada junto à tabela. Assim devem ser definidos os modelos a seguir:

Eixo x-x:



Eixo y-y



A fórmula para o cálculo do índice de esbeltez é: $\lambda = KL/r$

Por simples observação, nota-se que $\lambda_{y,1} > \lambda_{y,2}$, pois o comprimento efetivo (*KL*) é maior no trecho superior do pilar. No eixo ***x***, apesar do raio de giração ser maior do que o do eixo *y*, não é possível definir *a priori* se o índice de esbeltez é menor do que o índice de esbeltez do eixo ***y***, pois a altura do elemento também maior. Por tanto apenas é necessário calcular os valores:

$$\lambda_{y,1} = KL/r_y = 1*2,5/0,0212 = 117,9$$

$$\lambda_x = KL/r_x = 0,7*5/0,0820 = 42,7$$

Como $\lambda_{y,1} > \lambda_x$, conclui-se que o trecho crítico por estabilidade à flambagem é o trecho onde $\lambda_{y,1} = 117,9$. Portanto, o valor da carga crítica é calculado como:

$$P_{crít} = \frac{\pi^2 EI_y}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 * 2\text{x}10^8 * 8,7\text{x}10^{-7}}{(1*2,5)^2} = 274,76 \text{ kN}$$

Finalmente, o valor a carga crítica deve ser comparado à carga atuante, ou seja:

$$P_{atuante} = 4,5*20 = 90 \text{ kN}$$

$$274 \text{ kN} > 90 \text{ kN} \Rightarrow P_{crítica} > P_{atuante}$$

Portanto, pode se afirmar que o pilar pode suportar uma carga transmitida pela viga superior sem flambar, pois a carga atuante é menor que a carga que provoca instabilidade no elemento.